



Fecha de presentación: 11/5/2023. Fecha de aceptación: 25/8/2023. Fecha de publicación: 25/9/2023

¿Cómo citar este artículo?

Lorenzo Román, K., Rodríguez Rivero, L. y Pérez González, A. (2023). Derive al proceso de enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal. *Revista Márgenes*, 11(3), 101-117
<https://revistas.uniss.edu.cu/index.php/margenes/article/view/1733>

TÍTULO: INTEGRACIÓN DE DERIVE AL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA LINEAL

TILTE: INTEGRATION OF “DERIVE” TO THE PROCESS OF TEACHING AND LEARNING LINEAR ALGEBRA

Autores:

M. Sc. Kennia Lorenzo Román¹

E-mail: klorenzosp@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-4918-5988>

M. Sc. Lissette Rodríguez Rivero¹

E-mail: lrivero66@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-8557-9781>

Dr. C. Andel Pérez González¹

E-mail: apgonzalez@uniss.edu.cu

 <https://orcid.org/0000-0003-4435-4030>

¹ Universidad de Sancti Spíritus “José Martí Pérez”, Departamento de Física y Matemática. Sancti Spíritus, Cuba.



<http://revistas.uniss.edu.cu/index.php/margenes>
margenes@uniss.edu.cu

RESUMEN

Introducción: El artículo presenta una experiencia que se realiza desde la asignatura Matemática en la carrera Licenciado en Educación Informática, para la formación del futuro profesional de la educación.

Objetivo: Proponer un procedimiento metodológico donde se integre el asistente matemático Derive a las clases de Álgebra Lineal.

Métodos: Se utilizaron diferentes métodos de investigación destacándose la observación y el análisis de documentos. Parte de lo establecido en los documentos normativos de la carrera, y del estudio de las potencialidades del software para un uso adecuado como medio de enseñanza. Esta integración se materializa mediante: rutinas de trabajo para la comprobación, agilización y solución del cálculo matricial.

Resultado: Fue satisfactorio porque se logró elevar los niveles de aprendizaje y de motivación en la asignatura.

Conclusiones: La aplicación del proceder logra no sólo la integración del asistente Derive a las clases de Álgebra Lineal, logra además mejorar los niveles de aprendizaje y motivación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta asignatura.

Palabras clave: álgebra; álgebra lineal; matemáticas; proceso de enseñanza; aprendizaje.

ABSTRACT

Introduction: This article presents an experience carried out from the subject Mathematics in the degree course Bachelor of Education in Computer Science, for training future education professionals.



<http://revistas.uniss.edu.cu/index.php/margenes>
margenes@uniss.edu.cu

Objective: To propose a methodological procedure where the mathematical assistant Derive is integrated to Linear Algebra lessons.

Methods: Different research methods were used, standing out the observation and the analysis of documents. It is based on what is established in the normative documents of the degree course and on the study of the potential of the software for an appropriate use as a teaching tool. This integration is materialized by means of work routines for checking, speeding up and solving the matrix calculation.

Results: It was satisfactory because it was possible to increase the learning and motivation levels in the subject.

Conclusions: The application of the procedure achieves not only the integration of Derive to the Linear Algebra lessons, but also improves the learning and motivation levels in the teaching and learning process of this subject.

Keywords: algebra; learning; linear algebra; mathematics; teaching process

INTRODUCCIÓN

En correspondencia con la época actual y la aparición y desarrollo de nuevas tecnologías, se hace necesario poner a las Tecnología de la Información y las Comunicaciones (TIC) al servicio de la educación, esto se puede alcanzar con la integración adecuada de un software al proceso de enseñanza y aprendizaje que potencie la formación de habilidades, y modos de actuación profesional (Camós et al., 2018).

En la educación superior cubana, se inició una nueva etapa en su desarrollo y concibe el Plan de Estudio “E”, en el 2016, que tiene entre sus principales características la formación integral del estudiante para su futura profesión (Ministerio de Educación Superior [MES], 2016).

Es por eso, que en la carrera Licenciatura en Educación Informática desde el Modelo del Profesional, el Plan de Estudio “E” y en los objetivos del programa de la asignatura Matemática (Lorenzo Román, 2016), se evidencia la integración de las TIC al proceso de enseñanza y aprendizaje para estimular modelos de aprendizaje no tradicionales. De manera que su empleo, como medio de enseñanza, constituya un referente didáctico-metodológico con potencialidades para brindar un asesoramiento al colectivo pedagógico de la institución educativa donde laborará el futuro profesional. En estos documentos normativos se explica que



la Matemática, como currículo base, obedece a la necesidad de lograr una formación matemática, mediante el uso de los conocimientos, y de los métodos propios de la asignatura que propicien la modelación con vistas a la solución a problemas de modo que favorezca la comprensión de los contenidos informáticos (MES, 2016).

En cuanto, al programa de la asignatura Matemática (Lorenzo Román, 2016), analiza como aspecto importante el uso del software como medio de enseñanza.

La exigencia anterior permite comprender la necesidad de un proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática (PEA) haciendo uso de los asistentes matemáticos (software específico para la matemática), en el estudio realizado existe una amplia información relacionada con los mismos en el PEA de la matemática en la educación superior (Reynoso Flores et al., 2019).

Como resultado del trabajo metodológico de la asignatura Matemática, de diferentes controles a clases y revisión de los documentos se han identificado como limitaciones, las siguientes:

- Prevalece el uso de las TIC en la búsqueda y procesamiento de la información, pero no como medio de enseñanza para la comprobación de los ejercicios realizados a lápiz y papel y la solución de otros que por su complejidad se requiera hacerlos completamente con el asistente.
- Los estudiantes no identifican el uso de los asistentes matemáticos como una herramienta que les permite ampliar sus capacidades cognitivas.
- Las actividades que aparecen en el texto básico son formales y no se explotan las potencialidades de ningún asistente.

Para resolver el problema planteado se ha propuesto el siguiente objetivo: Proponer un proceder metodológico para integrar el asistente matemático *Derive* al proceso de enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal.

La novedad, de la investigación radica en abordar un procedimiento para lograr un uso adecuado de las potencialidades del asistente matemático *Derive* como medio de enseñanza para la comprobación de soluciones, y como herramienta fundamental en la solución de cálculos matriciales complejos, de manera que constituya un referente didáctico-metodológicos



con potencialidades para brindar un asesoramiento al colectivo pedagógico de la institución educativa donde labora.

DESARROLLO

A partir del estudio de las características y especificidades de los diferentes asistentes matemáticos en relación con las indicaciones establecidas en los documentos normativos de la carrera, se selecciona al *Derive* (Fundación Wikimedia, 2022). Teniendo en cuenta que esta herramienta matemática procesa cálculos numéricos y simbólicos con álgebra, además de que es fácil incorporar rutinas de trabajos de cálculo matricial y realizar cálculos exactos con la precisión que sea necesaria.

En cuanto a las aplicaciones educativas específicas con *Derive* y relacionadas con el Álgebra Lineal se tiene que: Ortega Pulido (2002), Zalapa Medina (2002) y Martínez Rodríguez (2018), hacen referencias en sus investigaciones a las ventajas del uso del *Derive* en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Álgebra con la integración de otras TIC, además de que analiza su importancia para el desarrollo de habilidades en la formación de los estudiantes.

Aunque existe una amplia información sobre el uso de los softwares en el contexto educativo, todavía existen deficiencias en la integración del asistente matemático *Derive*, como medio de enseñanza en una clase de Álgebra Lineal, en la formación inicial del profesor de Informática.

MATERIALES Y MÉTODOS

La experiencia de trabajo metodológico que se describe en el artículo se desarrolló en el contexto de la formación inicial del profesor de Informática en la Universidad de Sancti Spiritus “José Martí Pérez”. La misma, consideró como población a los 6 profesores que integran el colectivo de disciplina Matemática Superior y que tienen experiencia, además dominio en el contenido matemático Álgebra Lineal, y a los 18 estudiantes que forma parte de la matrícula de primer año de la carrera Licenciatura en Educación Informática.

Su realización, desde un enfoque mixto caracterizado por la descripción, implicó la utilización de métodos teóricos como el histórico - lógico y el analítico - sintético; ambos con la finalidad de argumentar las posiciones que se asumen en relación al uso del software durante el proceso de formación integral del Licenciado en Educación Informática.



De los empíricos, fue necesario emplear el análisis de documentos, la observación y la entrevista; todos con la intención de obtener información relacionada con el uso del software, sus potencialidades y exigencias para la formación del profesor de Informática y el valor de las experiencias vividas por los estudiantes y profesores de la referida carrera. Para la aplicación de los instrumentos correspondientes a cada método se decidió trabajar con una muestra de 3 profesores del colectivo de disciplina que han estado vinculados a las carreras de corte informático o ingenieril y con la totalidad de los estudiantes.

RESULTADOS

El proceder metodológico propuesto integra el asistente matemático *Derive* al proceso de enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal:

1. Diagnóstico de los estudiantes en cuanto a: los conocimientos previos matemáticos y el desarrollo de habilidades informáticas.
2. Determinación de los objetivos y contenidos de la asignatura que tengan potencialidades para integrar el asistente matemático *Derive* al proceso de enseñanza y aprendizaje.
3. Elaboración de procedimientos de trabajo donde se desarrollen las rutinas que se desea aprendan los estudiantes y que se ilustren los procederes expuestos con el asistente matemático *Derive*.
4. Diseño de ejercicios para el control y evaluación del uso de *Derive* en la solución de los ejercicios anteriormente propuestos.

Aplicación del proceder metodológico a la asignatura Álgebra Lineal

Paso 1: Diagnóstico de los estudiantes, en cuanto a: los conocimientos previos matemáticos y el desarrollo de habilidades informáticas.

Evaluación diagnóstica, sobre los conocimientos previos matemáticos: cálculo aritmético en el conjunto de los números \mathbb{Q} (Racionales) y resolución de sistemas de ecuaciones lineales de la enseñanza media.

Para el desarrollo de habilidades informáticas se realizó la elaboración de una guía de observación sobre el uso de los asistentes matemáticos en el proceso de resolución de ejercicios, desarrollada en el I semestre con el asistente matemático GeoGebra.



Paso 2. Determinación de los objetivos y contenidos de la asignatura que tengan potencialidades para integrar el asistente matemático *Derive* al proceso de enseñanza y aprendizaje.

El tema de Álgebra Lineal consta de los siguientes sistemas de clases:

S.1.- Matrices, Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL).

S.2.- Determinantes.

S.3.- Espacio Vectorial.

El proceder se ejemplificará con algunos contenidos del sistema de clases S.1 (Calcular operaciones con matrices, Determinar la matriz traspuesta, Determinar la matriz inversa aplicando el Método de Gauss-Jordán y Calcular la matriz inversa aplicando el Método Gauss-Jordán). El **Sistema de Clases** S.1 consta de 4 h/c de conferencias, 6 h/c de clases prácticas, distribuidas según esquema de contenido descrito en la tabla 1.

Tabla 1. Tema 1: “Álgebra Lineal” (16 h/c).

Número de Actividad	Sistema de clase: Matrices y SEL	Forma de docencia	Observación
1-2	Definición de Matriz. Matrices especiales. Operaciones con matrices. Propiedades. Rango de una matriz	C1	Orientar la instalación del asistente matemático <i>Derive</i> y explicar su importancia para el Álgebra.
(3-4) (5-6)	Operaciones con matrices. Propiedades. Rango de una matriz	CP1 CP2	Guía de preparación en <i>Derive</i> .
7-8	Inversa de una matriz	C2	Análisis del Procedimiento en el <i>Derive</i>
9-10	Ejercicios sobre inversa de una matriz	CP3	Guía de preparación en <i>Derive</i>



Paso 3. Elaboración de procedimientos de trabajo donde se desarrollen las rutinas que se desea aprendan los estudiantes. Se ilustran algunas rutinas de trabajo con el asistente matemático *Derive*.

Ejemplo 1: Desde la forma de docencia clase práctica en ejercicios donde se alterna la solución de ejercicios a lápiz y papel y en *Derive*. Fragmento de la guía para la clase práctica actividad (3-4) (5-6):

1. Dada las matrices A, B y C:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 0 & 6 & 1 \\ 3 & 9 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Calcula si es posible:

- a) $A + B$, $A - B$, $A - C$
- b) $A * B$, $B * A$, $A * C$, $C * A$
- c) $C^t * B$
- d) $(3A - 4B)^t$

2. El asistente matemático *Derive*, es un software con capacidad para desarrollar cálculos en el Álgebra. En la conferencia estuvimos mostrando su uso e indicamos la instalación del mismo tanto en el laboratorio como en los dispositivos personales.

Editando las matrices y las expresiones correspondientes al Álgebra de matrices, podemos resolver ejercicios como el anterior.

Es importante que tengas presente que se usará, por el momento, solamente para comprobar los resultados de los ejercicios realizados a lápiz y papel. Los operadores de *Derive* que se corresponden con las operaciones son:

- a) Suma matricial $A + B$.
- b) Diferencia de matrices $A - B$.
- c) Producto matricial $A * B$.
- d) Producto de una matriz por un escalar $\alpha * A$.
- e) Potencia n -ésima de una matriz A^n
- f) Traspuesta de una matriz A' (acento grave).

Estudiante, para que veas como funciona abre el siguiente enlace [CP 1.dfw](#) en el cual se muestra cómo se introducen las matrices del ejercicio anterior (Figura 1 fragmento del archivo *CP 1.dfw*).



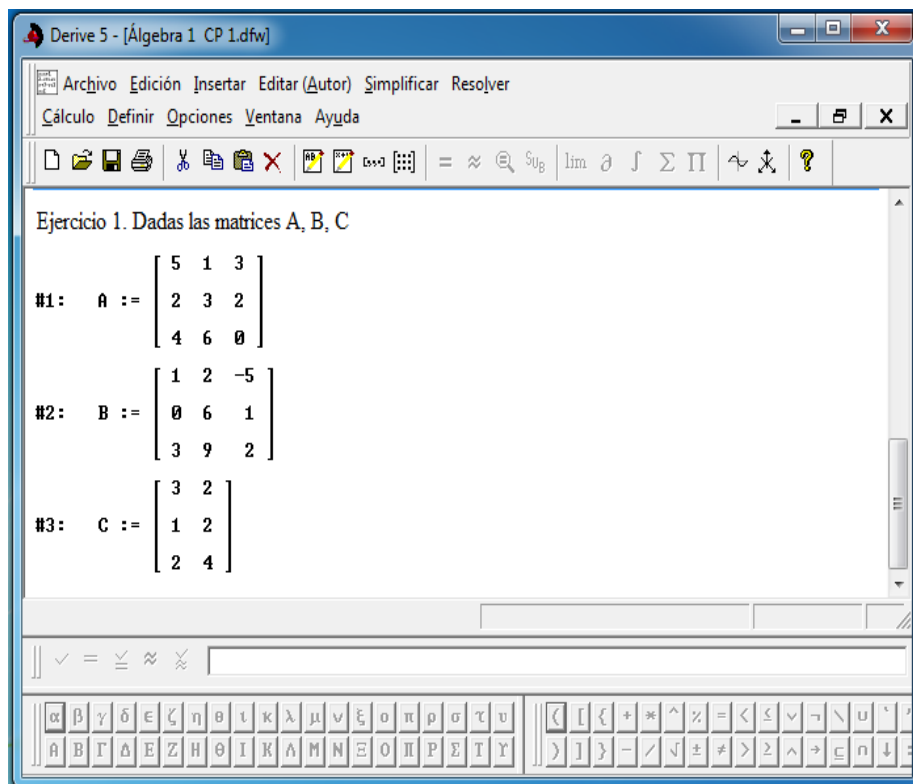


Figura 1. Fragmento del archivo *CP 1.dfw*, hipervínculo de la *Guía clase práctica (3-4) (5-6)*.

Después que están las matrices que intervienen en las operaciones, para conocer cómo se realizan las mismas, en *Derive*, abre los siguientes hipervínculos (Figuras 2 y 3):

a) $A + B, A - B, A - C$

b) $A * B, B * A, A * C, C * A$

c) $C^t * B$

d) $(3A - 4B)^t$

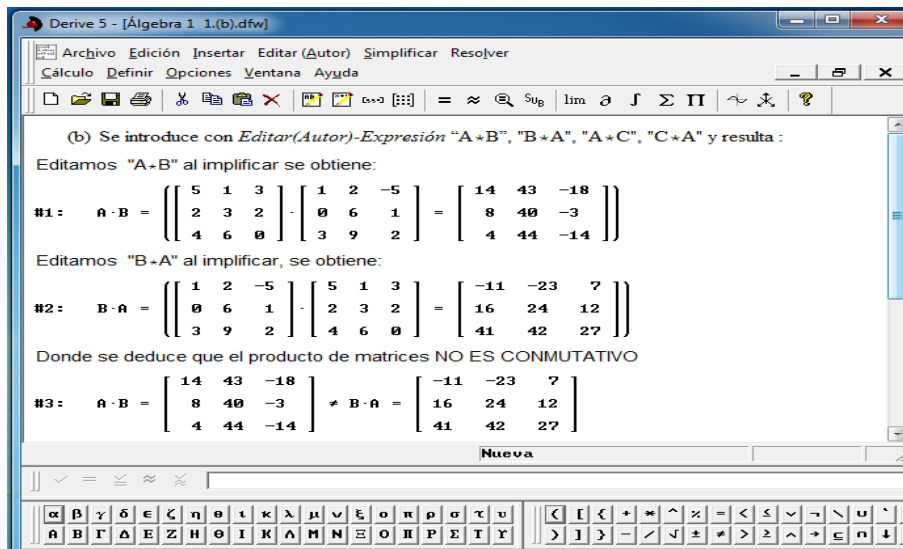


Figura 2. Fragmento del archivo *CP 1.dfw*, hipervínculo de la *Guía clase práctica (3-4) (5-6)*.

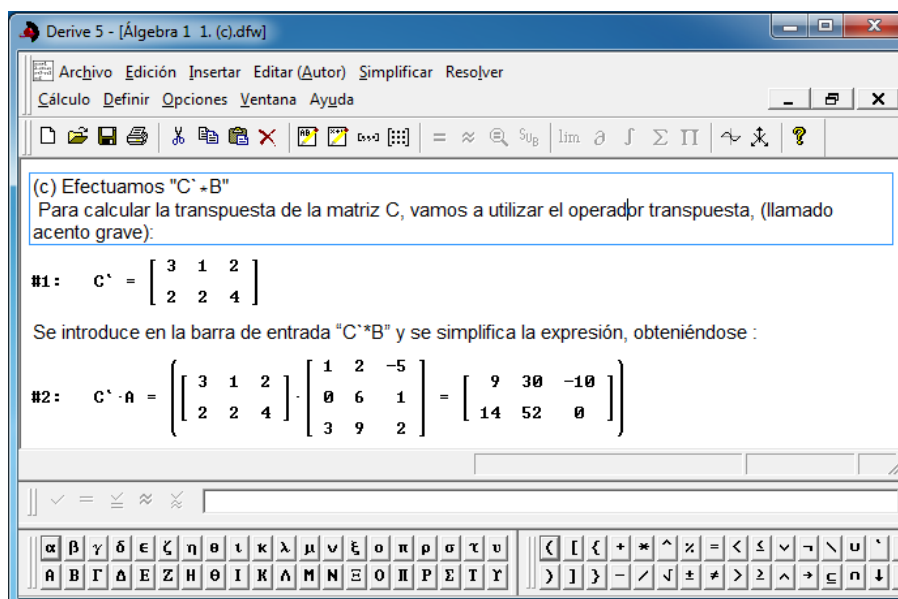


Figura 3. Fragmento del archivo *CP 1.dfw*, hipervínculo de la *Guía clase práctica (3-4) (5-6)*.

Ejemplo 2: Desde la forma de docencia conferencia, explicando algoritmo de trabajo del Álgebra y desde *Derive* conferencia actividad (7-8). Analiza en la página 146 del Texto Básico los pasos que hay que seguir para calcular inversa de una matriz por el método de Gauss-

Jordán. Compara el procedimiento que propone tu texto básico con los pasos y el ejemplo resuelto que aparece en el enlace al archivo de *Derive*: “conferencia (7-8) Procedimiento.dfw” (Figuras 4 y 5).

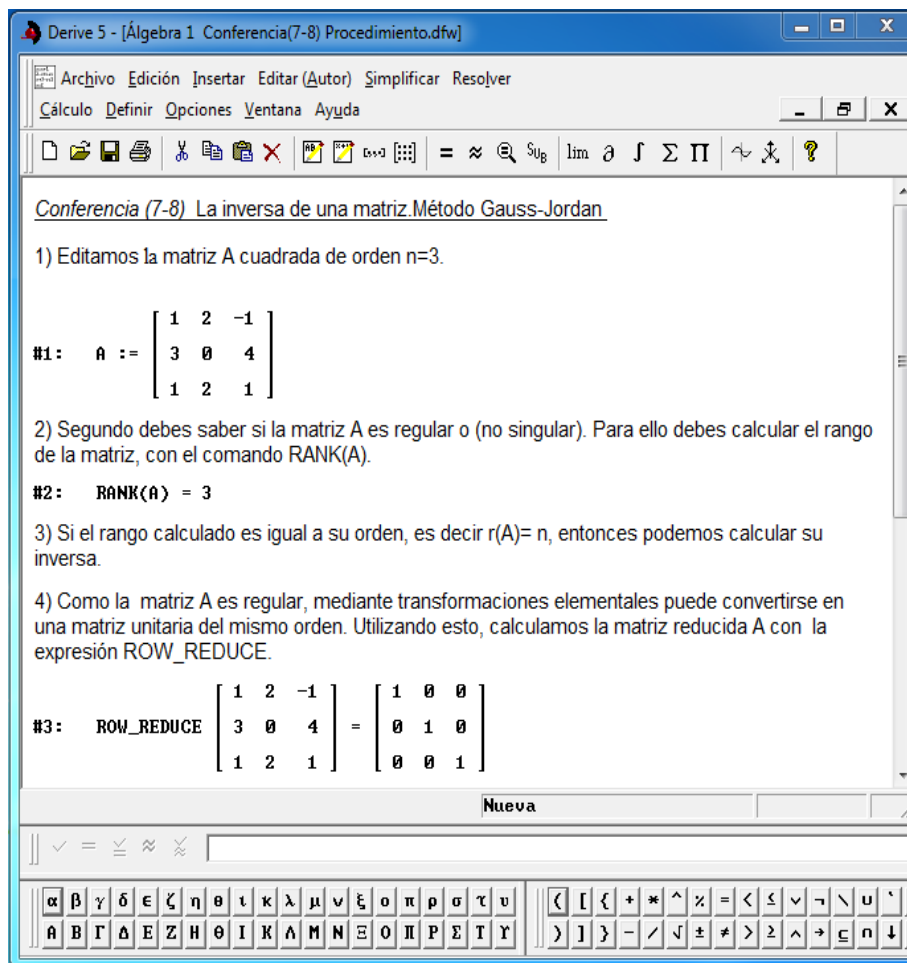


Figura 4. Fragmento del archivo *conferencia (7-8) Procedimiento.dfw*, hipervínculo de la Conferencia actividad (7-8)

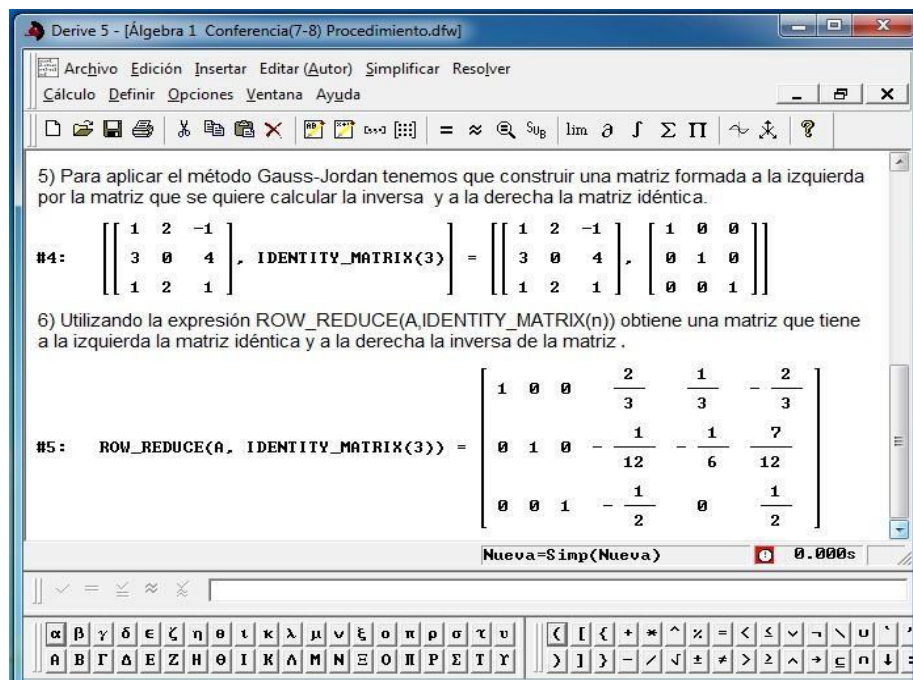


Figura 5. Fragmento del archivo *conferencia (7-8) Procedimiento.dfw*, hipervínculo de la *Conferencia actividad (7-8)*.

Ejemplo 3: Desde la forma de docencia clase práctica trabajando totalmente los cálculos desde *Derive*. Fragmento clase práctica actividad (9-10).

Actividad 6: Diríjase al *Derive* y resuelve en su libreta los ejercicios que se proponen en el siguiente enlace [CP\(9-10\).dfw](#) (Figura 6 y 7) y comprueba si los cálculos realizados son correctos apoyándote y comparando el resultado con el *Derive* de modo que sea capaz de reconocer cómo puede ser un soporte de ayuda para calcular la inversa de una matriz.

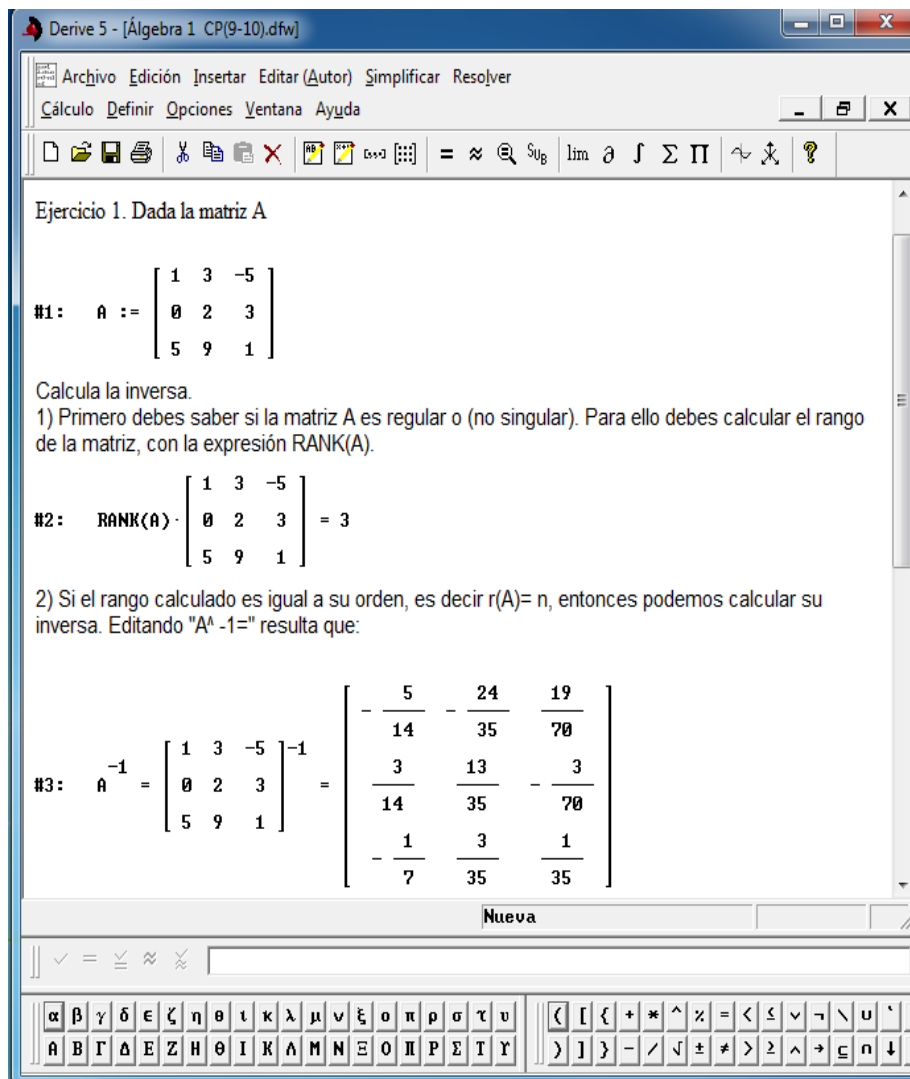


Figura 6. Fragmento del archivo *CP (9-10).dfw*, hipervínculo de la *Clase práctica 9-10*

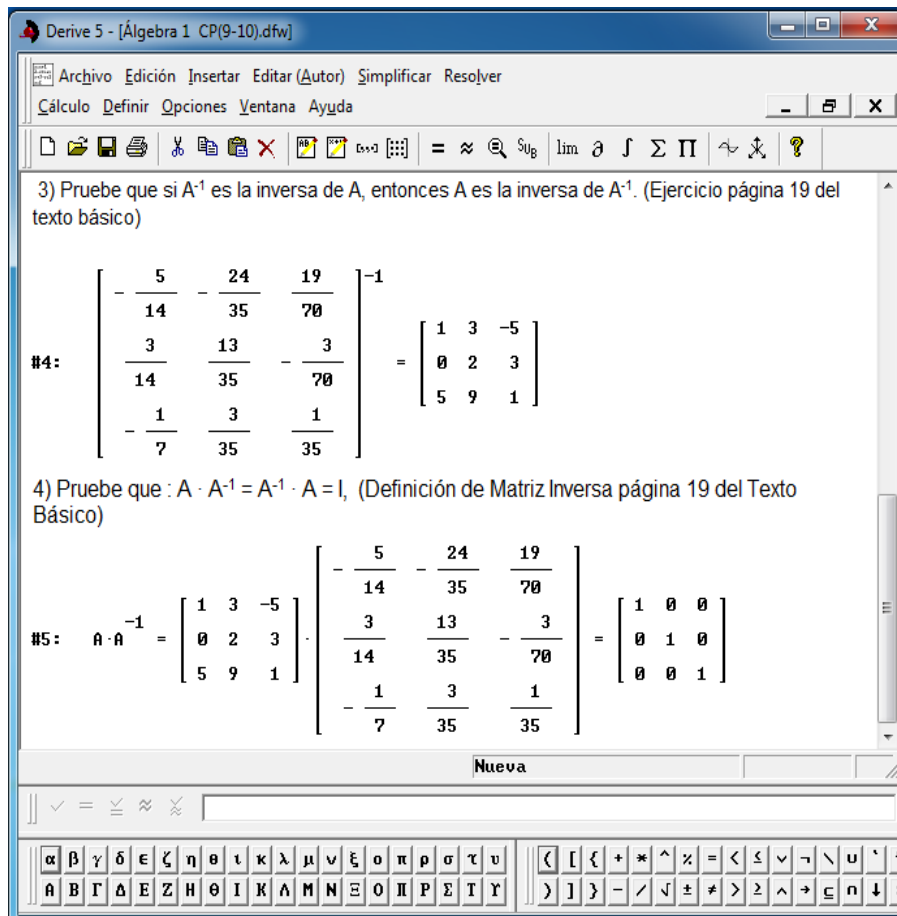


Figura 7. Fragmento del archivo *CP (9-10).dfw*, hipervínculo a la *Clase práctica actividad (9-10)*
Paso 4. Diseñar actividad para el control y evaluación del uso del asistente matemático *Derive* en la solución de ejercicios.

Ejemplo: Desde la forma de docencia Clase Práctica indicando la elaboración de actividades en *Derive*. Fragmento clase práctica actividad 9-10.

Calcula la matriz inversa de la matriz A por el Método Gauss-Jordán con el uso del asistente matemático *Derive*. Deberá ser enviado para su revisión por correo electrónico antes de la próxima actividad docente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

DISCUSIÓN



En el departamento se expuso la propuesta como parte de sesiones científicas previas y posteriores a la aplicación de la misma; dentro del colectivo de disciplina, con los profesores seleccionados como muestra, se realizó un intercambio en el cual se debatió la propuesta. Se recogieron opiniones relacionadas a dificultades y a las ventajas de impartir Álgebra Lineal con *Derive*. Como consenso de ambos encuentros se puede resumir:

- A pesar de que puedan existir dificultades de los estudiantes en el acceso a las tecnologías, existe un laboratorio de computación donde los mismos pueden realizar las tareas; máxime que éstas no son excesivas y el aprendizaje de los contenidos de Álgebra Lineal no depende totalmente de ellas.
- Los estudiantes de Licenciatura en Educación Informática, por lo general, hacen rechazo a las asignaturas no afines con las TIC, dentro de ellas la Matemática; por lo que el uso de *Derive* constituye una motivación dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje del Álgebra Lineal.

Al finalizar la aplicación de la propuesta, en intercambio con los 18 estudiantes involucrados en la misma, se corroboró que los mismos se sintieron más motivados por los contenidos desarrollados con *Derive* que con otros contenidos, a pesar que el resto fuera de menor grado de dificultad.

La mayoría (11 estudiantes) alegó que no poseían dificultades de ningún tipo para usar el asistente, otro grupo (5 estudiantes) declaró ser estudiantes becados y por ello no les fue difícil hacer las tareas en el laboratorio de computación del centro, el resto (2 estudiantes) si refirieron grandes dificultades en el acceso a la tecnología.

CONCLUSIONES

El uso de las TIC es una necesidad en la didáctica de cualquier ciencia en los momentos actuales y así queda reflejado en todos los niveles del PEA.

Una de las formas en que se puede hacer uso de éstas es como medio de enseñanza. El *Derive* como asistente matemático posee una marcada utilidad en la asignatura Álgebra Lineal. Se puede utilizar para la comprobación, la solución y para agilizar los cálculos matriciales.

Aumenta los niveles de desempeño de los estudiantes tanto desde el punto de vista teórico como práctico, de los conocimientos matemáticos e informáticos.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Camós, C. M., Lion, C. G. y Guglielmone, M. L. (2018). La tecnología como mediadora en la educación matemática: una experiencia con ingresantes universitarios. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, (22), 38-45. <http://www.scielo.org.ar/pdf/ritet/n22/n22a05.pdf>
- Derive. (12 de diciembre de 2022). En *Wikipedia*. <https://es.wikipedia.org/wiki/Derive>
- Lorenzo Román, K. (2016). *Programa Matemática II. Carrera Licenciado en Educación Informática* [Material digital]. Universidad José Martí, Sancti Spíritus, Cuba.
- Martínez Rodríguez, Y. (2018). *Las tecnologías de la información y las comunicaciones para el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra* [Tesis de doctorado, Universidad Central de Las Villas]. https://www.researchgate.net/publication/339146831_Las_tecnologias_de_la_informacion_y_las_comunicaciones_para_el_proceso_de_ensenanza-aprendizaje_del_Algebra
- Ministerio de Educación Superior [MES]. (2016). *Modelo del profesional: Plan de estudio "E" Carrera Licenciatura en Educación Informática*. <https://docplayer.es/210692208-Ministerio-de-educacion-superior-modelo-del-profesional-plan-de-estudio-e-carrera-de-licenciatura-en-educacion-especialidad-informatica.html>
- Ortega Pulido, P. (2002). Una estrategia didáctica para la enseñanza del álgebra lineal con el uso del sistema de cálculo algebraico DERIVE. *Revista Complutense de Educación*, 13(2), 645-675. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=980909>
- Reynoso Flores, M., Leyva Fontes, C. y Alonso Gatell, A. (2019). El estudio independiente en el proceso de enseñanza-aprendizaje universitario. *Revista Cubana de Educación Superior*, 38(4), 1-10. <https://revistas.uh.cu/rces/article/view/2290/2023>
- Zalapa Medina, V. H. (2002). *Uso del software Derive como auxiliar didáctico para los procesos de enseñanza y de aprendizaje en el cálculo vectorial* [Tesis de pregrado, Universidad Virtual del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Toluca, México]. <https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/632297/EGE00000007906.pdf?sequence=1=https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/632297/EGE00000007906.pdf?sequence=1&isAllowed=y>



Conflicto de intereses:

Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

Contribución de los autores:

L.R.K.: Contribuyó en el estudio de los referentes teóricos, creación del proceder metodológico, aplicación del mismo y observación de los resultados de su aplicación para la elaboración del manuscrito inicial.

R.R.L.: Contribuyó en la revisión crítica del manuscrito inicial y revisión y aprobación final del manuscrito en los aspectos relacionados, fundamentalmente, al proceso de integración del asistente matemático Derive.

P.G.A.: Contribuyó en la revisión crítica del manuscrito inicial y revisión y aprobación final del manuscrito en los aspectos relacionados, fundamentalmente, a los aspectos metodológicos y los relacionados con la didáctica de la Matemática.

Márgenes publica sus artículos bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)



<http://revistas.uniss.edu.cu/index.php/margenes>
margenes@uniss.edu.cu